~ CURS 3 ~

I.7. Teoremele de transfigurare a circuitelor electrice

A. Transfigurarea serie

Fie *n* laturi active conectate în serie (astfel încât să fie parcurse de același curent).

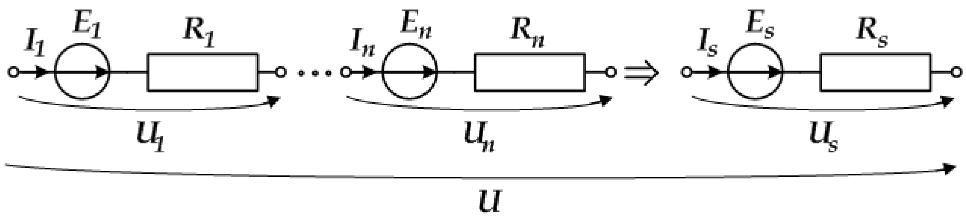


Fig. 1.16. Conectarea a *n* laturi în serie

Ecuațiile de funcționare ale circuitului sunt:

$$\begin{aligned} I_1 = I_2 = \ldots = I_n = I_s \\ U_1 + U_2 + \ldots + U_k = U_s = U \end{aligned} \qquad (1.54)$$

Folosind ecuația caracteristică a laturii pentru a exprima tensiunea U_k și însumându-le, se obține:

$$U = \sum_{k=1}^{n} U_k = \sum_{k=1}^{n} R_k \cdot I_k - \sum_{k=1}^{n} E_k = (\sum_{k=1}^{n} R_k) \cdot I - \sum_{k=1}^{n} E_k \qquad (1.55)$$

Ecuația laturii echivalente este:

$$U = R_S \cdot I - E_S \Rightarrow \begin{cases} R_S = \sum_{k=1}^{n} R_k \\ E_S = \sum_{k=1}^{n} E_k \end{cases} \qquad (1.56)$$

→ teoreme divizorului de tensiune: stabilește modul în care se distribuie tensiunea aplicată unei conexiuni serie de rezistoare.

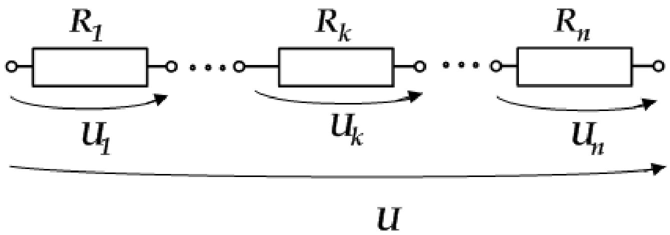


Fig. 1.17. Regula divizorului de tensiune pentru *n* rezistoare înseriate

$$U_k = R_k \cdot I_k = R_k \cdot \frac{U}{R_S} = \frac{R_k}{\sum_{k=1}^{n} R_k} \cdot U \qquad (1.57)$$

B. Transfigurarea paralel

Când conectăm *n* laturi active între aceleași două noduri, astfel încât să aibă aceeași tensiune la borne, se obține conexiunea paralel.

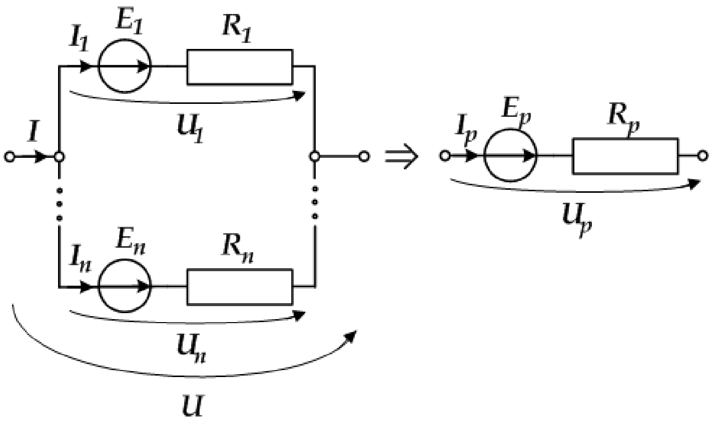


Fig. 1.18. Conectarea a *n* laturi în paralel

Ecuațiile de funcționare ale circuitului sunt:

$$\begin{gathered} U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U \\ I_1 + I_2 + \ldots + I_n = I = I_p \end{gathered} \tag{1.58}$$

Folosind ecuația caracteristică a laturii pentru a exprima tensiunea I_k și însumându-le, se obține:

$$I = \sum_{k=1}^{n} I_k = \sum_{k=1}^{n} G_k \cdot U_k + \sum_{k=1}^{n} G_k \cdot E_k = (\sum_{k=1}^{n} G_k) \cdot U + \sum_{k=1}^{n} G_k \cdot E_k \tag{1.59}$$

Ecuația laturii echivalente este:

$$I = G_P \cdot U + E_P \cdot G_P \Rightarrow \begin{cases} G_P = \sum_{k=1}^{n} G_k \; sau \; \dfrac{1}{R_P} = \sum_{k=1}^{n} R_K \\ E_P = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} G_k \cdot E_k}{\sum_{k=1}^{n} G_k} \end{cases} \tag{1.60}$$

→ <u>teoreme divizorului de curent</u>: stabilește modul în care se distribuie curentul în rezistoarele conectate în paralel.

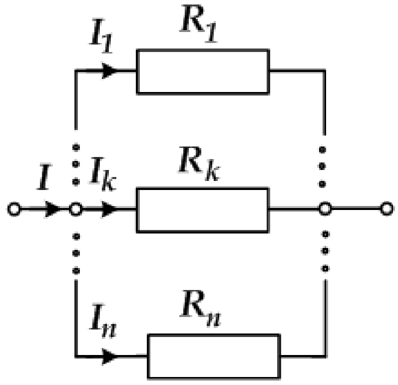


Fig. 1.19. Regula divizorului de curent pentru *n* rezistoare în paralel

$$I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{R_P \cdot I}{R_k} = \frac{\frac{1}{R_k}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}} \cdot I \tag{1.61}$$

I.8. Metoda superpoziției (teorema suprapunerii efectelor)

Într-un circuit electric liniar cu n surse independente, din care n_E surse de tensiune și n_J surse de curent, intensitatea curentului electric (tensiunea electrică) prin orice latură este suma algebrică a intensităților curenților (tensiunilor electrice) pe care i-ar (le-ar) stabili în acea latură fiecare dintre surse, dacă s-ar afla singură în circuit, celelalte surse fiind pasivizate.

$$\begin{aligned} I &= \sum_{k=1}^{n_E} \alpha_k \cdot E_k + \sum_{j=1}^{n_j} \beta_j \cdot J_j \\ U &= \sum_{k=1}^{n_E} \gamma_k \cdot E_k + \sum_{j=1}^{n_j} \delta_j \cdot J_j \end{aligned} \tag{1.62}$$

Pasivizarea surselor independente constă în înlocuirea lor cu rezistențele interne: sursa ideală de tensiune are rezistența zero, iar sursa ideală de curent are rezistența infinit.

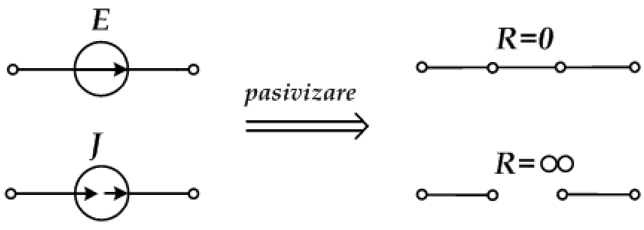


Fig. 1.20. Pasivizarea surselor ideale de energie

I.9. Teorema transferului maxim de putere

Fie un circuit dipolar activ (fig. 1.23), reprezentat sub forma unui generator echivalent de tensiune. Să se determine condițiile pe care trebuie să le satisfacă rezistorul de sarcină care, conectat între bornele *A* și *B* să permită transfer maxim de putere la borne.

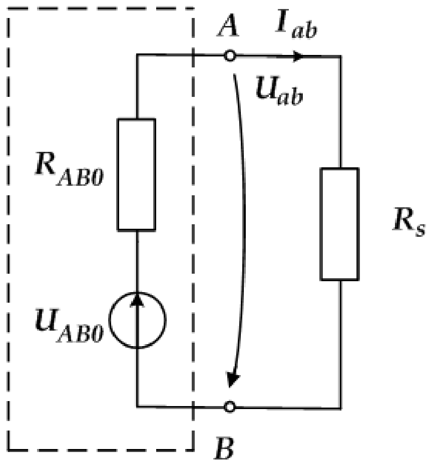


Fig. 1.21. Circuitul echivalent pentru teorema transferului maxim de putere

Puterea debitată de dipol la bornele *A*-*B* este egală cu cea absorbită de rezistor:

$$P_C = U_{ab} \cdot I_{ab} = R_s \cdot I_{ab}^2$$

Reprezentând dipolul cu schema echivalentă serie, se exprimă curentul cu relația:

$$I_{ab} = \frac{U_{ABO}}{R_{ABO} + R_s}$$

Atunci puterea consumată devine: $P_C = R_s \dfrac{U_{ABO}^2}{(R_{ABO} + R_s)^2}$

Condiția de maxim a puterii rezultă din:

$$\frac{\partial P_C}{\partial R_s} = 0 \Rightarrow \frac{U_{ABO}^2 (R_{ABO} + R_s) - 2U_{ABO}^2 R_s (R_{ABO} + R_s)}{(R_{ABO} + R_s)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (R_{ABO} + R_s)^2 - 2R_s (R_{ABO} + R_s) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (R_{ABO} + R_s)(R_{ABO} - R_s) = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{R_{ABO} = R_s}$$

Așadar, transferul maxim de putere se realizează atunci când rezistența de sarcină este egală cu rezistența echivalentă a dipolului liniar activ.

În această situație puterea devine: $P_{max} = \dfrac{U_{ABO}^2}{4R_{ABO}}$.

Puterea debitată de sursă este:

$$P_g = U_{ABO} \cdot I_{ab} = U_{ABO} \cdot \frac{U_{ABO}}{R_{ABO} + R_s} = \frac{U_{ABO}^2}{R_{ABO} + R_s}.$$

În figura 1.22 sunt reprezentate variațiile puterii generate și a puterii consumate în raport cu valoarea rezistenței de sarcină.

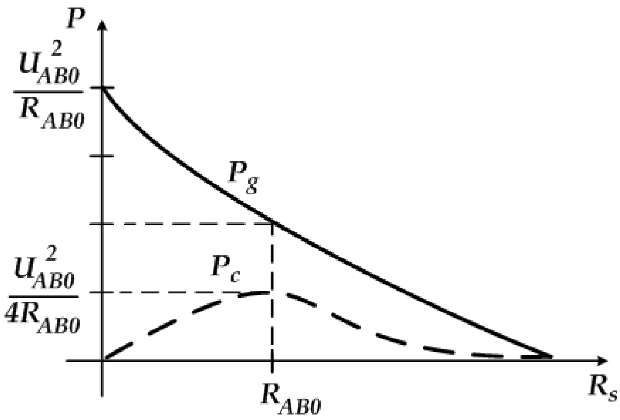


Fig. 1.22. Variațiile puterii consumate și a puterii generate în funcție de valoarea lui R_s

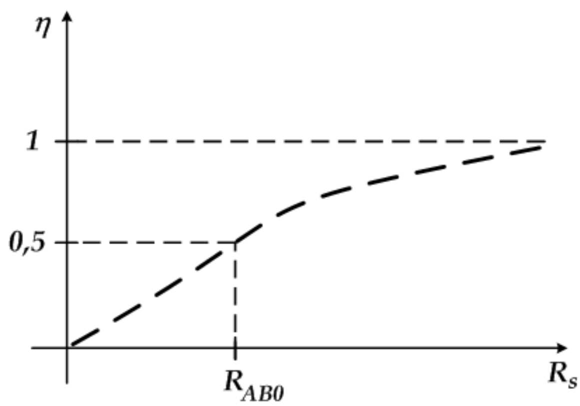


Fig. 1.23. Variația randamentului în funcție de valoarea lui R_s

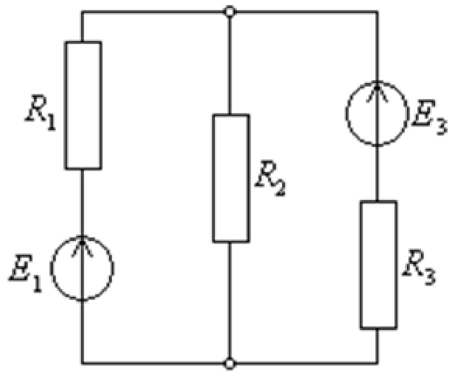
Atunci randamentul transferului de putere este:

$$\eta = \frac{P_C}{P_g} = R_s \cdot \frac{U_{ABO}^2}{(R_{ABO} + R_s)^2} \cdot \frac{R_{ABO} + R_s}{U_{ABO}^2} = \frac{R_s}{R_{ABO} + R_s}$$

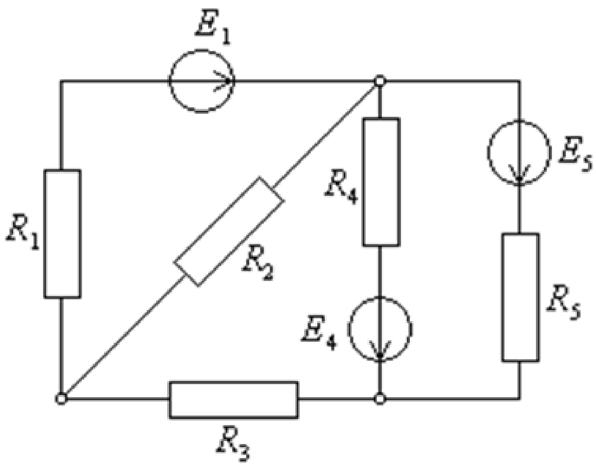
În figura 1.23. este reprezentată variația randamentului în raport cu valoarea rezistenței de sarcină.

Pentru transfer maxim de putere ($R_s = R_{ABO}$): $\eta = 0{,}5$.

Aplicații



$$R_1 = 4\,\Omega\,,\ E_1 = 10\,[\mathrm{V}]$$
$$R_2 = 2\,\Omega\,,$$
$$R_3 = 1\Omega\,,\ E_3 = 8\,[\mathrm{V}]$$



$$R_1 = 2\Omega\,,\ E_1 = 4\,[\mathrm{V}]$$
$$R_2 = 2\Omega\,,$$
$$R_3 = 1\Omega\,,$$
$$R_4 = 2\,\Omega\,,\ E_4 = 10\,[\mathrm{V}]$$
$$R_5 = 4\,\Omega\,,\ E_5 = 14\,[\mathrm{V}]$$